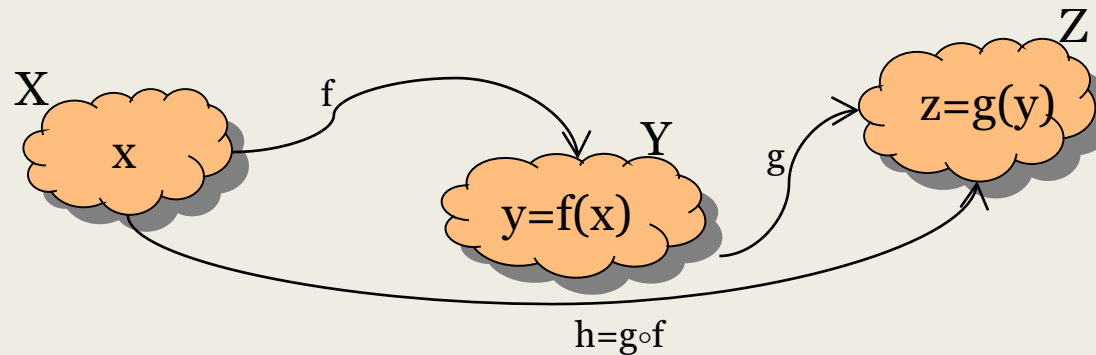




POCHODNA
FUNKCJI ZŁOŻONEJ

ZŁOŻENIE FUNKCJI



Niech dane będą funkcje f i g takie, że $f:x \rightarrow y$ i $g:y \rightarrow z$.
Uporządkowana para funkcji (f,g) wyznacza nową funkcję zwaną złożeniem (superpozycją) funkcji f i g . Funkcja $h:x \rightarrow z$

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g[f(x)]$$

Składanie funkcji nie jest przemienne: $f \circ g \neq g \circ f$

Przykład

Złożenie funkcji: $g(x) = x^2$ i $f(x) = 2x - 1$.

- $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(2x - 1) =$
 $= (2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$
- $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(x^2) = 2x^2 - 1$

Twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej

Jeżeli funkcja h jest złożeniem funkcji f i g ,
oraz funkcja f jest różniczkowalna w punkcie x ,
a funkcja g jest różniczkowalna w punkcie $f(x)$,
to funkcja h jest różniczkowalna w punkcie x
i zachodzi

$$\mathbf{h'(x) = [g(f(x))]' = g' [f(x)] \cdot f'(x)}$$



Oznacza to ,że aby policzyć pochodną funkcji złożonej należy pomnożyć przez siebie pochodną funkcji wewnętrznej i zewnętrznej.

Uwaga !
Pamiętaj o dziedzinie 😊

Przydatne wzory

$$\left(\square^n\right)' = n \cdot \square^{n-1}$$

$$\left(\sqrt{\square}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{\square}}$$

$$\left(\frac{1}{\square}\right)' = -\frac{1}{\square^2}$$

$$(\sin \square)' = \cos \square$$

$$(\cos \square)' = -\sin \square$$

Przykłady

$$f(x) = (2x - 1)^3$$

$$f(x) = (x^2 + 4x - 5)^2$$

$$f(x) = (3x + 4)^4$$

$$f(x) = \sqrt{4x + \sqrt{3}}$$

$$f(x) = \sqrt{3x^2 - 6x + 5}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x}$$

$$f(x) = \sin(5x - 3)$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2}} \right)^3$$

